# Arbejde med de rationale tal i praksis

Undervisningsministeriet 2019

Undervisningsministeriet 2019
Den pædagogiske vejledning er en del af Talblindeprojektet 2014-18.
Foto: Projektgruppen
Grafisk tilrettelæggelse: Lisa Ahrenkiel

## De rationale tal

Arbejde med de rationale tal er langt hen ad vejen stilet mod ældre elever, hvor Grundlæggende talsans i praksis er stilet mod både yngre og ældre elever. Det er op til den enkelte lærer at vurdere legitimiteten og tidspunktet til at gå dette næste skridt. Men alle lærere bør være opmærksomme på, at der kan opstå særlige problemer for elever med talblindhed, når de stifter bekendtskab med og skal lære noget om rationale tal.

Det kan være forvirrende for eleven, at man før kunne tælle genstande som 1, 2, 3, men at det ikke kan lade sig gøre med de rationale tal.

Det kan være forvirrende, at der er uendelig mange rationale tal mellem 2 og 3. Det er også uvant, at rationale tal som brøker kan have mange forskellige udtryk, for eksempel at 1/2 = 2/4 = 10/20 osv.

Det kan også være forvirrende, at jo større nævneren bliver, jo mindre bliver brøkdelen, altså at 1/3 er større end en 1/4.

De rationale tal udtrykt som brøker repræsenterer desuden forskellige ting. En brøk kan være:

- dele af en helhed for eksempel 2/3 af 24 elever.
- et bestemt tal placeret i rækkefølge med andre tal på en tallinje.
- en anden måde at vise en division.

Det gør det derudover ikke mindre kompliceret, at de rationale tal både kan beskrives som brøktal, decimaltal og procenttal. En indsigt og omsætning mellem disse tre repræsentationsformer, som imidlertid er væsentlig. Den typiske repræsentation i hverdagen er decimaltal og procenttal, men da en vis forståelse for brøktal kan være nødvendig for at kunne forklare de andre repræsentationer, må denne også indgå.

Det er desuden væsentligt at skelne mellem at forstå de rationale tal og at regne med dem. Det sidste overskygger ofte det første og har bevirket, at regneprocedurer med rationale tal har været forbundet med ofte uforståelige huskeregler.

## Opdele helheder i mindre brøkdele

At dele helheder i mindre brøkdele har kulturelt fulgt matematikkens udvikling fra de tidligste kulturer og civilisationer. Brøkerne blev i starten ikke opfattet som egentlige tal, men som "fysiske" delinger beskrevet som brøkdele. Det kan man også bruge i forhold til elever med talblindhed. Mere end



Udarbejdet for Undervisningsministeriet i et samarbejde mellem Aarhus Universitet, Professionshøjskolen Absalon og Københavns Professionshøjskole

at lægge vægt på, hvordan man regner med brøker, kan man med elever med talblindhed lægge vægt på, hvad brøker er for noget. Det kan for eksempel være aktiviteter eller historier, der kan give eleverne indsigt i, at brøkdele er lige store dele af en helhed.

Hav opmærksomhed på, at elever med talblindhed får indsigt i, at

- en brøk kan beskrives ved et forhold mellem, hvor mange dele helheden er opdelt i og hvor mange af disse dele, der er tale om (nævner og tæller).
- den samme del af helheden kan beskrives med mange brøknavne for eksempel 2/3 og 4/6.
- en brøkdel for eksempel 1/4 af noget svarer ikke nødvendigvis til 1/4 af noget andet.
- når nævneren bliver større, bliver brøkdelen mindre.

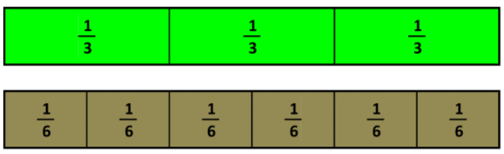
I undervisningen kan man for eksempel se på repræsentationen af brøker ud fra følgende rækkefølge:

- Brøkdele af en figur for eksempel 1/3 af et stykke papir.
- Brøkdele af et antal elementer i en mængde for eksempel 1/3 af 12 æbler.
- Brøkdele af en masse/værdi som for eksempel 1/3 af 12 kr.

Der findes rigtig mange konkrete materialer og supplerende øveark som handler om ovenstående, men ting og sager i elevens hverdag kan sagtens illustrere det samme og opfattes mere meningsfuldt. Brug elevens sproglige formåen og lad eleven indgå i handlinger, som vedrører de ovenstående faglige pointer, og tal med eleven om hvad der er gjort. Opfølgning kan også være via skriftlige logbogsbeskrivelser eller medieanvendelse med speak.

Det er en god idé at begrænse omfanget af brøkdele. For eksempel at nøjes med at se på principper, som vedrører halvering dvs. halve og fjerdedele og tredeling dvs. tredjedele og sjettedele.

Det kan være en hjælp, at eleven tegner sig til løsninger i form af for eksempel brøkstrimler.




Man kan evt. finde inspiration i fænomenet ”bar models” inden for Singapore math.



Udarbejdet for Undervisningsministeriet i et samarbejde mellem Aarhus Universitet, Professionshøjskolen Absalon og Københavns Professionshøjskole

## Fra brøkdel til brøktal

Der er forskel på at se på en brøk som en del af noget og se på en brøk som et tal. 1/3 af 12 er noget andet end 1/3 af 18, men 1/3 er 1/3. Brøker som tal eller blot brøktal kan placeres entydigt som et punkt på tallinjen. Vi kan altså ordne brøktallene efter størrelse som med de naturlige tal. 1/4 ligger før 1/3 på tallinjen. Forøger man 1/3 med 2/3, kommer man til tallet 1 osv. En måde at forstå, at vi har bevaret det relative, men fastholdt den indbyrdes placering af brøktallene, er anvendelse af en elastik af en art. Ligegyldigt hvor meget vi strækker eller sammentrækker tallinje-elastikken, vil alle brøktallene ligge relativt på det samme sted. Denne egenskab gør det netop muligt at regne med brøker.

Brøkregning som 1/3 + 2/5 kan reduceres for de talblinde elever. Principielt kan man ved sådanne regnestykker overgå til, at brøktal omsættes til decimaltal.

Man kan evt. lade hverdagsorienterede brøktal som halve, tredjedele og fjerdedele indgå ved sammenlægning og subtraktion gennem rent praktiske øvelser. En god måde er brug af glas med for eksempel vand. Eleven kan overveje, om et glas flyder over, hvis man hælder et glas, som er halvt fyldt, sammen med et glas, som er 1/3 fyldt. Inden kan eleven tegne og skitsere et svar.

## Omsætte fra brøktal til decimaltal

Decimaltallene er en mere moderne måde at beskrive brøktal på, som har fundet stort indpas i den digitale verden – og dermed fortrængt brøktallene som beskrivelse af en del af en helhed. Det er således i denne repræsentationsform for rationale tal, som elever med talblindhed primært bør arbejde. Det kan være en hjælp at lave en historie om Simon Stevin – en hollandsk ingeniør i slutningen af 1500-tallet, som har opfundet decimaltallene. Hans geniale idé var at udvide positionssystemet, så alle brøkdele blev omsat til nævnere i heltallig potens af 10, for eksempel at $\frac{1}{10} = 0{,}1$ og $\frac{1}{100} = 0{,}01$ osv. Her kan tallinjen i form af linealer være en visualisering. Der er også mulighed for at zoome ind på tallinjer/skalaer, så man ser, at der mellem 0,2 og 0,3 ligger nye decimaltal som for eksempel 0,23 osv.

Man kan evt. hjælpe med at forstå et tal som 23,65 ved at opdele tallet i en heltals-del og en decimaltals-del. Det kan også indgå i oversættelse af størrelser som 1,75 m til 1 meter og 75 centimeter.

Det kan være svært at forstå, at 0,8 er større end 0,25, idet 25 er større end 8. Eleven kan skrive de nødvendige nuller – her 0,80 – så antallet af decimaler er det samme, når tallene skal sammenlignes.



Udarbejdet for Undervisningsministeriet i et samarbejde mellem Aarhus Universitet, Professionshøjskolen Absalon og Københavns Professionshøjskole

Vær opmærksom på en vis forvirring om notationer af decimaltal, idet der både bruges komma og punktum. Det kan bl.a. kollidere med, at man også anvender punktum som tusindetals-adskillelse, for eksempel i meddelelser fra bankerne. Det ses også i forretninger, at 7,99 kr. skrives som $7^{99}$ kr.

Det kan være praktisk, at eleven har viden om, at 1/2 svarer til 0,5, at 1/4 er 0,25 og at 3/4 er 0,75.

## Beregne med decimaltal

Elever med talblindhed skal præsenteres for, at for eksempel 4/5 kan omskrives som decimaltal ved division udført på lommeregner, hvor man får 0,8. Man kan vise det konkret ved at fremstille en figur med indtegnet 4/5, der også kan beskrives som 8/10 svarende til 0,8.

Brøker omsat til decimaltal ved division kan dog give vanskeligheder. Når divisioner som 2/3 beregnes med lommeregner, dukker der et uendeligt periodisk decimaltal op for eksempel 0,6666666 … Det betyder, at man tidligt må arbejde med afrunding. Brug en tom tallinje til hjælp og indtegn 0,66 samt 0,67. Lad eleven overveje hvilke af de to tal, som 0,666 ligger nærmest.

Det er en god idé at reducere skriftlig beregning med decimaltal til hovedregningsøvelser, der er så enkle som muligt og dermed bør afrunding være noget, der italesættes som en hensigtsmæssig strategi. En opgave som 9,25 + 8,5 kan omsættes til 9 + 9 eller evt. blot til en heltallig afrunding, så regnestykket er 9 + 8. Mere komplicerede beregninger kan man lade overgå til brug af lommeregner, regneark el. lign.

Man kan lade elever med talblindhed gå på opdagelse i, hvad der sker med resultatet på en lommeregner, når man ganger henholdsvis dividerer med 10. Lad eleven afprøve det på lommeregner og forsøge at formulere sig frem til et mønster.

Man kan også løbende lade eleven se på eksempler, hvor der optræder decimaltal, og øve sig på at afrunde tallene til et betydende ciffer. Det kan kombineres med at opøve brugen af lommeregner og sammenligne det afrundede med det rigtige resultat.

## Kende procenttal

Procenttal er bl.a. opfundet for nemt at kunne sammenligne dele af forskellige mængder. Skal man vurdere, hvor der er flest piger ved at sammenligne en klasse med 3 piger ud af 12 elever og så en klasse med 9 piger ud af 32 elever, så vil forskellen blive tydeligere ved at fortage en division af forholdet



Udarbejdet for Undervisningsministeriet i et samarbejde mellem Aarhus Universitet, Professionshøjskolen Absalon og Københavns Professionshøjskole

– henholdsvis 3/12 og 9/32. Det svarer til 0,25 og ca. 0,28 eller 25% og 28%, hvilket tydeliggør, hvor der relativt er flest.

En god idé er at kunne tegne og lave overslag på 25%, 50% og 75% svarende til 1/4, 1/2 og 3/4 af noget.

## Beregne procentdelen

Det er vigtigt at have metoder som ovenfor til at tage procentdelen af noget for eksempel 15% af 650 kr.

Traditionelt har man først beregnet 1% ved at dele med 100 for derefter at gange med 15. Det er imidlertid vores opfattelse, at elever med talblindhed senere kan komme i tvivl om, ”hvordan det nu er med de 15% … skal man dividere med 15 eller …?”. Der kan derfor være beregningsmæssige fordele ved at vise, at 15% af 650 svarer til 0,15 gange 650. Det giver et bedre efterbillede af en multiplikation frem for en division, og det indeholder kun et regnetrin frem for den tidligere metode, hvor der indgår to.

Det typiske vil dog være, at eleven anvender lommeregnerens procenttast. Her kan der være forskelle på de enkelte lommeregnerfunktioner for eksempel ved beregning af 15% af 650. På visse lommeregnere vil det være muligt at taste 15% × 650 =, mens andre kræver, at man taster 650 × 15 og derefter taster %.

Det kan være en hjælp at arbejde med estimering og overslag frem for præcis beregning for eksempel ved brug af såkaldte ”bar-models”.


## Håndtere procentvis forandring

At kunne forholde sig til procentvis forandring er formodentlig en af de væsentligste regnefærdigheder i elevens kommende hverdagsliv. Eleven vil være omgivet af informationer, som tilbyder rabat, som beskriver tillæg ”25% ekstra” indhold, som beskriver relative forandringer, ”der er 20% flere, som har … ” osv.

Selv om det for nogle elever med talblindhed kan fremstå som en meget stor og uoverskuelig opgave, er det vigtigt at finde måder at lave sådanne beregninger. Det er ikke et overbud at insistere på, at elever med talblindhed får mulighed for at få procentindsigt. Tegninger og skitser kan give et billede af den mulige talstørrelse, ligesom det er væsentligt at anvende hjælpemidler til



Udarbejdet for Undervisningsministeriet i et samarbejde mellem Aarhus Universitet, Professionshøjskolen Absalon og Københavns Professionshøjskole

præcise beregninger. Læreren må være opmærksom på, at lommeregnere kan virke på forskellig vis.

Brug gerne eksempler med simple procentsatser som 10% og 25% for eksempel ved beregninger af priser efter fratrukket rabat eller varepriser, som er forøget med for eksempel 25%.

Et eksempel på en arketypisk opgave kan være: "En vare som normalt koster 240 kr. kan købes med 25% rabat. Hvad er den nye pris?".

Klassisk kunne man i grundskoleregi bede eleven om først at finde 1% – derefter 25% og til slut fratrække dette beløb fra det oprindelige. Det kan være for mange trin, til at den talblinde kan fastholde det, og man kan som kompensation i stedet vælge en lommeregner (ikke videnskabelig), hvor man kan gennemføre beregningen som 240 - 25%.

Gennemfør en lang række beregninger på forskellige scenarier, som relaterer sig til elevens hverdag. Kan eleverne administrere det, så lad dem inden en beregning skrive et forventet resultat ned.

## Anvende målinger i tid

Udover at have svært ved tidsfornemmelse og aflæsning af tid er der nye udfordringer, når tidsbegrebet skal formaliseres.

- Tallet 60 er nu grundtallet, hvor man ellers har anvendt 10 i for eksempel vores metersystem.
- I Danmark kan klokken både være kl. 2 og kl. 14.
- Der er 7 døgn på en uge, men hvor mange uger er der på en måned?
- Antallet af døgn pr. måned varierer, men der er altid 12 måneder på et år.

Det er vigtigt at udvælge passende tidsmålere. Mobiltelefonen indeholder gode muligheder for dette, der kan også være knyttet forvirring til notationen af tid, idet man ser tid angivet digitalt som for eksempel kl. 12.52, hvilket kan lede hen mod den fejlagtige opfattelse, at der er tale om et decimaltal.

Kortlæg situationer, hvor der er brug for tidsmålere, og hjælp eleven med at vælge det mest hensigtsmæssige. Lad eleven prøve at gætte tidslængder for eksempel at forholde sig til 5 min. 10 min og halve og hele timer.

## Anvende målinger i længde, flade og rum

Det er vanskeligt for talblinde at anvende enheder og vurdere, hvor langt og hvor stort noget er. Det er derfor påkrævet at fortsætte den personlige erfaringsdannelse af, hvor lang 1 meter ca. er, hvor lang 1 cm ca. er osv. Læg op til scenarier, hvor eleven kan anvende sin episodiske hukommelse til at erindre længde, areal og rum. Igen drejer det sig primært om estimater og ikke præcise udregninger. Der kan tages billeder af de scenarier, som kan danne baggrunden for at huske forskellige længder, areal og rummål. Brug gerne meget tid på at lade eleven gætte på størrelser samt sammenligne størrelser og vurdere forskellen.

Der kan være brug for at forholde sig til skalaer på for eksempel på liter-mål samt længdemål på diverse målebånd/målestokke. Det kan derfor være hensigtsmæssigt at have en god samling af sådanne måleinstrumenter, hvor såvel samme som forskellige længder og rummål måles. Madlavning kan give problemer, da der indgår mange vejninger og målinger. Det kan derfor give mening at "gennemspille" scenarier med madlavning.

I forbindelse med areal og rumfang er der ofte knyttet brug af formler, for eksempel ved at rektanglers areal beregnes som længde gange bredde. Da det ofte blot foregår mekanisk – hvis det foregår – bør man i højere grad give eleven et billede af, at der er tale om antallet af kvadratenheder for eksempel kvadratcentimeter, kvadratmeter eller… I en sådan sammenhæng kan transparente plastfolier med kvadratnet være en hjælp. På samme måde bør eleven have et billede af, at måling af rumfang forudsætter en enhed som kuben. Her vil anvendelsen af centicubes være en god hjælp.

Der er knyttet et selvstændigt problem til at læse og anvende målinger ved brug af decimaltal. Det er ikke nemt at omsætte for eksempel 2 m 5 cm til meter. Skal det være 2,05 m eller 2,5 m eller … En mulighed er at forestille sig længden og skitsere den. Der kan knyttes en episode til, hvor der skal købes en dug til et bord. Det kræver selvfølgelig, at man her ved, at der er 100 cm på en meter.

Underkend ikke behovet for oplevelser af enheder ved længde, areal og rumfang. Har eleven ikke skabt sig disse tidligere, bør man inddrage praktiske konkrete eksempler. Det betyder, at man bør have bygget en kubikmeter og en kvadratmeter, gået 1 km m.m.

Det er centralt, at elever med talblindhed er i stand til at forestille sig afstande, areal og rumfang. Derfor skal der ofte i elevens hverdag indgå estimater, så de både tør og vil estimere og gradvist bliver bedre til at få rimelige resultater.

Lad eleven have en række personlige mål, som de relaterer til afstande, areal og rumfang. Tykkelsen af en fingernegl er få millimeter. Et stort skridt er ca. 1 m. En sammenknyttet hånd er i nærheden af en kubikdecimeter.

## Håndtere handel i hverdagen

At kunne overskue sin økonomi er et tilbagevendende problem hos unge og voksne med talblindhed. Her kan den ældre elev med held anvende regneark og situationer, for at få hjælp til beregninger og skabe overblik.

Da det at handle ind i dagligvarebutikker meget ofte beskrives som kompliceret, kan det være befordrende at arbejde med simuleringer med udvalgte problemstillinger.

- Afrunding af beløb til hele tal for eksempel at 6,99 afrundes til 7 kr.
- Løbende overslag på hvor meget man har indkøbt for – og endelig sammenregning til sidst.
- Indkøb af varer og hensigtsmæssigt valg af sedler/mønter ved betaling.
- Sammenligning af priser. Da kvantum af varer kan være forskelligt skal prisen omsættes til samme enhed for eksempel kg-pris, literpris og stk.-pris. Det fremgår som regel af deklarationerne, men gennemfør evt. nogle beregninger på lommeregner med eleven. Man kunne overveje at fremstille et regneark med skabeloner til sådanne beregninger.

## Graf, diagram og tabelaflæsning

Elever med talblindhed har ofte svært ved at finde rundt i tabeller, diagrammer og grafer. De får netop ikke hjælp af strukturerne, men opfatter alle de indgående tal som selvstændige oplysninger. De kan hjælpes til at se og bruge strukturerne. Det kan være hjælp til at fastholde rækker og kolonner i en tabel med fysiske hjælpemidler som blyanter eller andre pinde, der kan lægges langs kolonner og rækker. Det kan være at dække unødvendige oplysninger af med hvidt papir. Endelig kan det være at udnytte it til at transformere fra en repræsentation til en anden, som den talblinde måske bedre kan bruge, for eksempel omsætte en tabel til et søjlediagram.

## Orientering og placering

Eleven med talblindhed kan stadig have vanskeligheder med at orientere sig imod højre og venstre og der kan derfor være behov for at gennemføre hjælp til systemer, der gør det muligt at operere med disse for eksempel at bruge særligt armbånd eller ring på den højre hånd til forskel fra den venstre. Der kan også indgå manøvreringer, hvor man bliver bedt om at gå i nogle retninger som for eksempel gå fem skridt – drej til højre – gå ti skridt – drej til venstre osv.

Eleven kan forholde sig til, hvad der er på billeder for eksempel er skiltet til højre eller venstre for … Der kan være en dukke eller figur (passende til alder),



Udarbejdet for Undervisningsministeriet i et samarbejde mellem Aarhus Universitet, Professionshøjskolen Absalon og Københavns Professionshøjskole

som placeres forskellige steder, hvor man skal forholde sig til, om noget er til venstre eller højre for dukken.

Inddrag kortlæsning eller simple tegninger af ruter, som skal beskrives.

Lav en opstilling på et bord med ting og sager i forskellige former og rumfang. Tag billeder fra forskellige vinkler for eksempel ved brug af telefon og iPad og lad eleven forestille sig, hvor billedet er taget fra.



Udarbejdet for Undervisningsministeriet i et samarbejde mellem Aarhus Universitet, Professionshøjskolen Absalon og Københavns Professionshøjskole